

Sistemi lineari (o di primo grado) in due incognite (x e y) - Risoluzione con il Metodo di Sostituzione - L'intersezione tra due rette.

Francesco Zumbo

www.francescozumbo.it

<http://it.geocities.com/zumbof/>

*Questi appunti vogliono essere un ulteriore strumento didattico per gli studenti. Idea che mi è venuta dopo essere stato a contatto con bambini e studenti affetti da Sclerosi Multipla, costretti a lunghe degenze presso il Reparto di Neurologia dell'Ospedale di Fidenza (Parma), Divisione Diretta da una Eccezionale persona, il **Prof. Enrico Montanari** a cui mia riconoscenza e stima andranno Sempre.*

A coloro che vorranno dare un piccolo contributo all'Associazione Nazionale per la Lotta Contro la Sclerosi Multipla (sezione di Parma) un Grande Grazie!!!

Conto Corrente Postale : 13 50 34 38 - Intestato a: AISM di Parma (Associazione Italiana Sclerosi Multipla) di Parma - Indirizzo: Piazzale S. Sepolcro, 3 - 43100 Parma (PR) - Telefono : 0521-231251.

Con la seguente Causale: + **Matematica , - Sclerosi Multipla**

Definizione 0.1. *Un sistema lo si definisce lineare o di primo grado quando il massimo grado dei monomi che lo compongono è uno.*

Una qualsiasi retta nel piano la si può indicare mediante un'equazione lineare (di primo grado).

Studiare un sistema lineare equivale a studiare il problema geometrico dell': *Intersezione tra due rette.*

1. STUDIO DEL SISTEMA LINEARE CON IL METODO DI SOSTITUZIONE

Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 3 \\ 4x - 3y + 5 = 0 \end{cases}$$

Calcoliamo il m.c.m. della prima equazione, in modo da eliminare successivamente i denominatori delle frazioni.

É consigliabile calcolare il *m.c.m.* rispetto a tutti i denominatori, sia del primo membro sia del secondo.

$$\begin{cases} \frac{3x+4y}{6} = \frac{18}{6} \\ 4x - 3y + 5 = 0 \end{cases}$$

Moltiplichiamo entrambi i membri della prima equazione per 6

$$\begin{cases} 6 \cdot \frac{3x+4y}{6} = \frac{18}{6} \cdot 6 \\ 4x - 3y + 5 = 0 \end{cases}$$

otteniamo

$$\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 4x - 3y + 5 = 0 \end{cases}$$

A questo punto abbiamo 4 possibilità :

- (1) isolare la x dalla prima equazione
- (2) isolare la y dalla prima equazione
- (3) isolare la x dalla seconda equazione
- (4) isolare la y dalla seconda equazione

Qualsiasi via scelta, presenta le stesse difficoltà e ci porta alla stessa soluzione.

Per la circostanza scegliamo la prima possibilità

$$\begin{cases} 3x = 18 - 4y \\ 4x - 3y + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{18-4y}{3} \\ 4x - 3y + 5 = 0 \end{cases}$$

Sostituiamo la x , isolata dalla prima equazione, al posto della x della seconda equazione

$$\begin{cases} x = \frac{18-4y}{3} \\ 4 \cdot \left(\frac{18-4y}{3}\right) - 3y + 5 = 0 \end{cases}$$

moltiplichiamo

$$\begin{cases} x = \frac{18-4y}{3} \\ \frac{72-16y}{3} - 3y + 5 = 0 \end{cases}$$

calcoliamo il *m.c.m.*

$$\begin{cases} x = \frac{18-4y}{3} \\ \frac{72-16y-9y+15}{3} = \frac{0}{3} \end{cases}$$

da cui

$$\begin{cases} x = \frac{18-4y}{3} \\ 72 - 16y - 9y + 15 = 0 \end{cases}$$

sommiamo per termini simili

$$\begin{cases} x = \frac{18-4y}{3} \\ 87 - 25y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{18-4y}{3} \\ -25y = -87 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{18-4y}{3} \\ 25y = 87 \end{cases}$$

così facendo riusciamo a calcolare il valore della y

$$\begin{cases} x = \frac{18-4y}{3} \\ y = \frac{87}{25} \end{cases}$$

Abbiamo calcolato la y dalla seconda equazione, possiamo sostituire tale valore nella prima equazione di qualsiasi sistema; allo scopo osserviamo che pur potendo sostituire

il valore nella traccia del sistema, non é conveniente, poiché si avrebbe frazione di frazione.

Scegliamo di sostituire il valore nel 4° sistema:

$$\begin{cases} 3x + 4 \cdot \left(\frac{87}{25}\right) = 18 \\ y = \frac{87}{25} \end{cases}$$

moltiplichiamo

$$\begin{cases} 3x + \frac{348}{25} = 18 \\ y = \frac{87}{25} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{75x+348}{25} = \frac{450}{25} \\ y = \frac{87}{25} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 75x + 348 = 450 \\ y = \frac{87}{25} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 75x = 450 - 348 \\ y = \frac{87}{25} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 75x = 102 \\ y = \frac{87}{25} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{102}{75} \\ y = \frac{87}{25} \end{cases}$$

in definitiva soluzione

$$\begin{cases} x = \frac{34}{25} \\ y = \frac{87}{25} \end{cases}$$

2. ALTRA CHIAVE DI LETTURA DELL'ESEMPIO PRECEDENTE

Possiamo dare un'altra chiave di lettura all'esercizio precedente:

Date le rette r e s rispettivamente di equazione:

- $r: \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 3$
- $s: 4x - 3y + 5 = 0$

calcolare le coordinate del loro punto di intersezione.

Il procedimento algebrico é quello sviluppato precedentemente e la conclusione geometrica é che le rette r e s si incontrano nel punto di coordinate

$$(2.1) \quad A \equiv \left(\frac{34}{25}; \frac{87}{25}\right)$$