Esercizio

$$\sqrt{x-7} \geq \frac{2\sqrt{3x}}{\sqrt{3x^2-21x}} \qquad (1)$$

$$\sqrt{x-7} - \frac{2\sqrt{3x}}{\sqrt{3x^2-21x}} \geq 0$$

$$\frac{\sqrt{x-7} \cdot \sqrt{3x^2-21x} - 2\sqrt{3x}}{\sqrt{3x^2-21x}} \geq 0$$

$$\frac{\sqrt{(x-7)(3x^2-21x)} - 2\sqrt{3x}}{\sqrt{3x^2-21x}} \geq 0 \qquad (2)$$

Studiamo il Campo di Esistenza

$$\begin{cases} (x-7)(3x^2-21x) \geq 0 & (3) \\ 3x \geq 0 & (4) \\ 3x^2-21x \geq 0 & (5) \\ \sqrt{3x^2-21x} \neq 0 & (6) \end{cases}$$

Studiamo la (3)

$(x-7)(3x^2-21x)\geq 0$

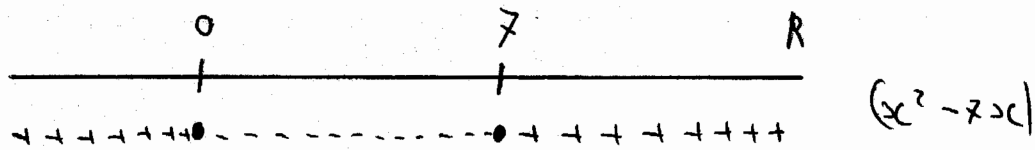
1°F : $x-7\geq 0$; $x\geq 7$

2°F : $3x^2-21x\geq 0$; $x^2-7x\geq 0$; $\Delta=49-0=49>0$;

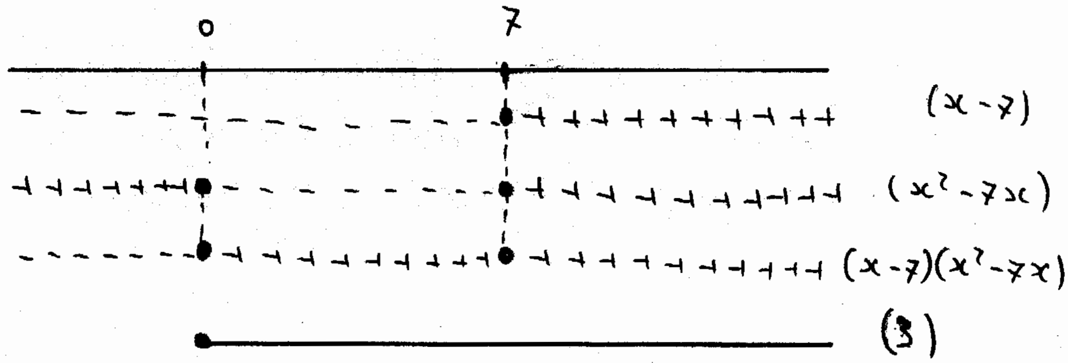
famiglia ≥ 0 e $\Delta>0$ => soluzioni positive all'esterno delle radici e soluzioni negative all'interno delle radici.

Calcoliamo le radici dell'equazione associata

$x^2-7x=0$; $x(x-7)=0$; $x_1=0$; $x-7=0$; $x=7$

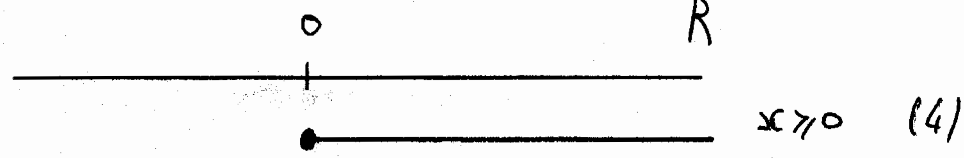


Calcoliamo il prodotto dei segni dei 2 fattori:



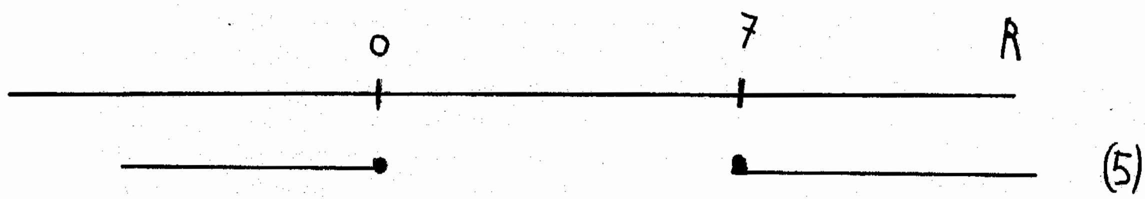
Studiamo la (4)

$3x \geq 0$; $x \geq 0$



Studiamo la (5)

Indirettamente la (5) noi la avevamo già studiata, studiando il 2° fattore della (3)



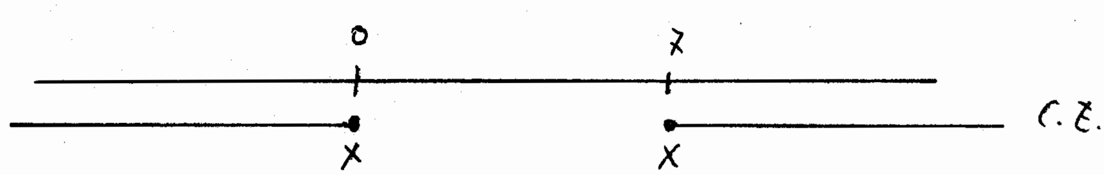
Studiamo la (6) : $\sqrt{3x^2 - 21x} \neq 0$

Studieremo $\sqrt{3x^2-21x} = 0$ e poi faremo il complementare rispetto a $\mathbb{R}$. Equivale a studiare

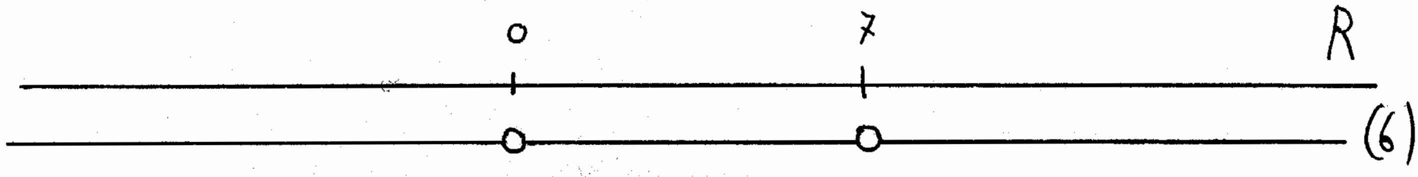
$$\begin{cases} 3x^2 - 21x = 0 \\ 3x^2 - 21x \geq 0 \quad \text{C.E.} \end{cases}$$

$3x^2 - 21x = 0$, $x^2 - 7x = 0$; $x_1 = 0$ e $x_2 = 7$

ed esse come è ovvio appartengono al campo di esistenza

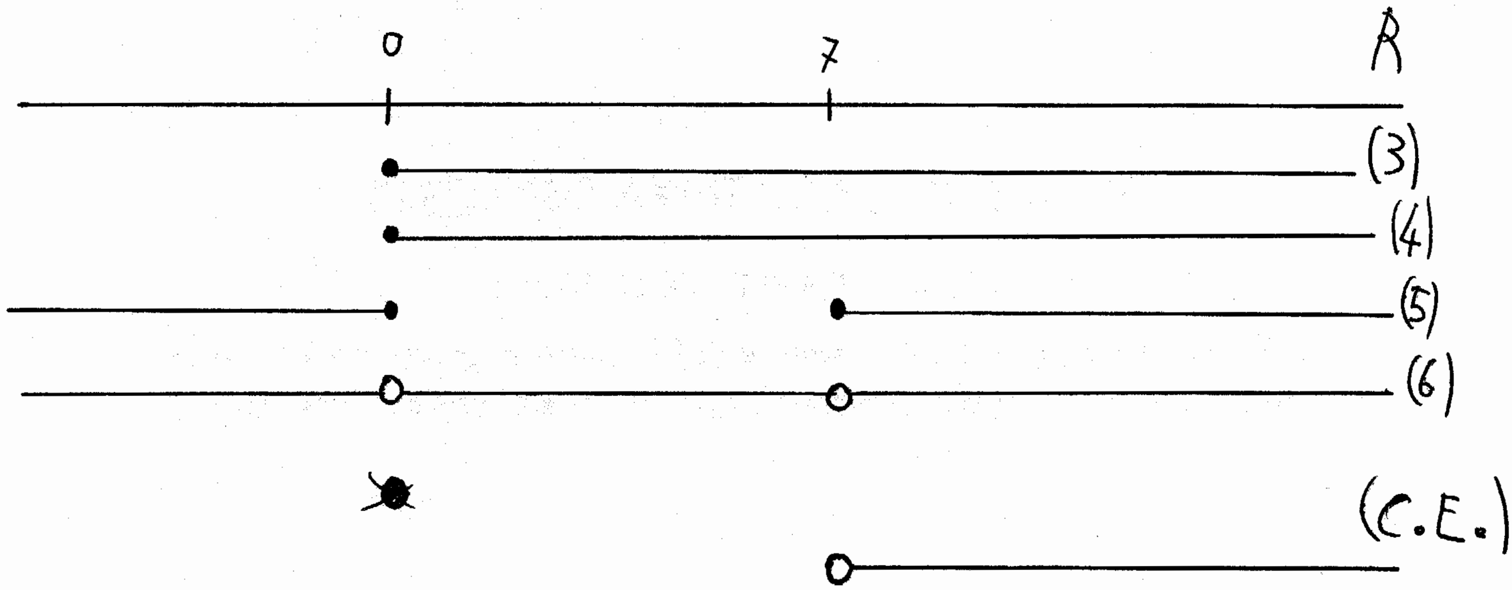


Da cui si ha che $\sqrt{3x^2-21x} \neq 0$ è



Studiamo il sistema determinando le intersezioni:

$C.E. = (3) \cap (4) \cap (5) \cap (6)$



Studiamo adesso $N(x) \geq 0$

$$\sqrt{(x-7)(3x^2-21x)} - 2\sqrt{3x} \geq 0$$

$$\sqrt{(x-7)(3x^2-21x)} \geq \sqrt{12x}$$

$$(x-7)(3x^2-21x) \geq 12x \;;\; (x-7)(3x^2-21x) - 12x \geq 0$$

$3x^3 - 21x^2 - 21x^2 + 147x - 12x \geq 0$

$3x^3 - 42x^2 + 135x \geq 0$

$x^3 - 14x^2 + 45x \geq 0$

$x^3 - 14x^2 + 45x \geq 0$

$x(x^2 - 14x + 45) \geq 0$

1F: $x \geq 0$

2F: $x^2 - 14x + 45 \geq 0$

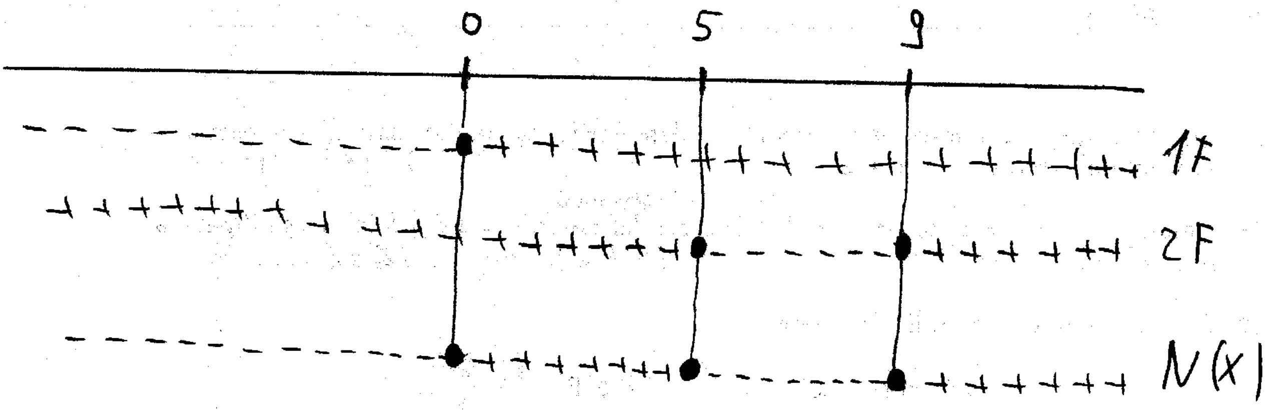
$\Delta = 196 - 4(1)(45) = 196 - 180 = 16$

Studiamo $x^2 - 14x + 45 = 0$ per determinare le radici

$$x = \frac{14 \pm 4}{2} = \begin{cases} \frac{18}{2} = 9 \\ \frac{10}{2} = 5 \end{cases}$$

+ all'esterno e − all'interno delle radici

Studiamo il prodotto dei segni



Studiamo $D(x) > 0$

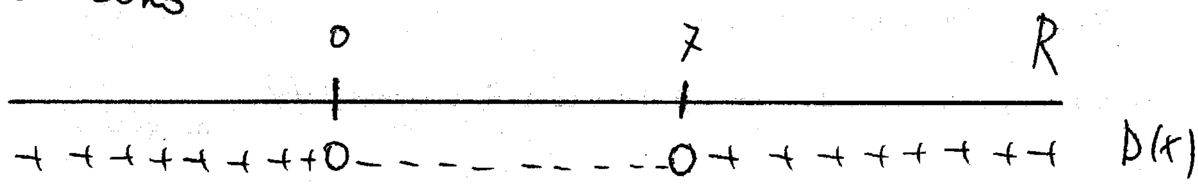
$$\sqrt{3x^2-21x} > 0$$

che equivale a studiare il sistema

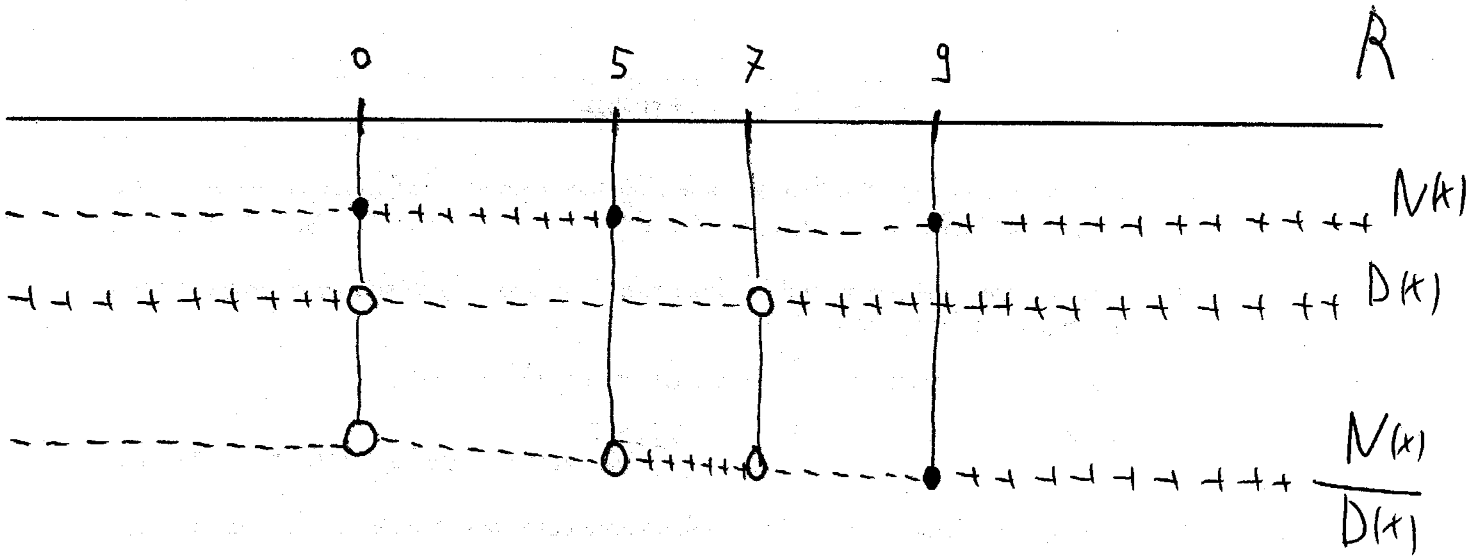
$$\begin{cases} 3x^2-21x > 0 & \text{(a)} \\ 3x^2-21x \geq 0 & \text{(b)} \end{cases}$$

ovviamente $(a) \subset (b)$ per cui basta studiare la più piccola che è la (a)

$3x^2-21x > 0$; $x^2-7x > 0$ le cui soluzioni sono

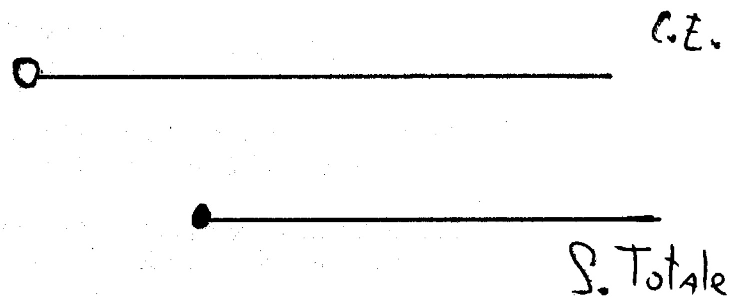


Studiamo $\frac{N(x)}{D(x)}$



A noi interessa il ≥ 0 :

Che dobbiamo intersecare con il C.E. :



Soluzione Totale : $9 \leq x < +\infty$ cioè

$$x \in [9; +\infty[$$