Lezioni e appunti di Matematica e Fisica

Prof. Francesco Zumbo

www.francescozumbo.it

email: zumbo2008@yahoo.it

Esercizi vari di Termodinamica su:
macchine termiche, rendimenti di macchine termiche, ciclo di Carnot, lavoro termodinamico , applicazioni del 1 principio della termodinamica alle varie trasformazioni.

Esercizio

Una macchina termica assorbe in un ciclo una quantità di calore pari a $8,5 \cdot 10^3$ J dalla sorgente calda e compie un lavoro di $3,3 \cdot 10^3$ J. Qual'è la quantità di calore ceduta alla sorgente fredda?

Sol.

Noi sappiamo che vale la formula

$$Q_2 - |Q_1| = W$$

dove Q_2 = calore assorbito
Q_1 = calore ceduto
W = lavoro compiuto

Calcoliamo Q_1

$$-|Q_1| = W - Q_2 \; ; \; |Q_1| = Q_2 - W$$

$$|Q_1| = 8,5 \cdot 10^3 \text{ J} - 3,3 \cdot 10^3 \text{ J} = 5,20 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Il calore ceduto è $|Q_1| = 5,20 \cdot 10^3$ J

Esercizio

Una macchina termica lavora cedendo alla sorgente fredda $7,5 \cdot 10^4$ J di energia in 25 cicli completi. Il calore ceduto è il 73% dell'energia assorbita. Calcolare il lavoro prodotto in un ciclo.

Sol.

Il calore ceduto è $|Q_2|_{\text{Totale}} = 7,5 \cdot 10^4$ J in 25 cicli.

Quindi il calore ceduto in un ciclo è

$$|Q_2| = \frac{|Q_{2\,\text{Totale}}|}{25} = \frac{7,5 \cdot 10^4 \text{ J}}{25} = 0,3 \cdot 10^4 \text{ J}$$

Il calore ceduto è il 73% del calore assorbito, cioè

$$|Q_2| = \frac{73}{100} Q_2 \quad \text{dove}$$

Q_2 è il calore assorbito

$$0,3 \cdot 10^4 \, J = \frac{73}{100} \, Q_2 \; ;$$

$$100 \cdot 0,3 \cdot 10^4 = 73 \, Q_2 \; ; \; 10^2 \cdot 0,3 \cdot 10^4 = 73 \, Q_2 \; ;$$

$$0,3 \cdot 10^6 = 73 \, Q_2 \; ; \; Q_2 = \frac{0,3 \cdot 10^6}{73} \; ;$$

$$Q_2 = 0,00411 \cdot 10^6 \; ;$$

Trasformiamo in 10^3 sia Q_1 che Q_2

$$|Q_1| = 3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^4 \, J = 3 \cdot 10^3$$

$$Q_2 = 0,00411 \cdot 10^3 \cdot 10^3 = 4,11 \cdot 10^3 \, J$$

Noi sappiamo che

$$Q_2 = W + |Q_1| \; ; \text{ per cui } W = Q_2 - |Q_1|$$

$$W = 4,11 \cdot 10^3 J - 3,10^3 = 1,01 \cdot 10^3 \, J$$

In definitiva si produce per ogni ciclo un lavoro pari a $W = 1,01 \cdot 10^3 \, J$

Esercizio

Il rendimento di una macchina termica A è il 12% inferiore a quello di un'altra macchina termica B che ha un rendimento di 0,42.
Il lavoro che produce la macchina termica A, in un dato intervallo di tempo è di 125 J.
Calcolare la quantità di calore che assorbe dalla sorgente calda in questo intervallo di tempo.

Sol.

$\eta_B = 0,42 = 42\%$ La macchina termica B ha un rendimento del 42%.

Calcoliamo il 12% del rendimento di B

$\eta = 0,42 \cdot \frac{12}{100} = 0,0504$

Poi dice che la macchina termica A ha il rendimento di B meno il 12% del rendimento di B

$\eta_A = 0,42 - 0,0504 = 0,3696$ cioè

$\eta_A = 0,37 = 37\%$ La macchina termica A

ha un rendimento del 37%.

Visto che il rendimento è

$$\eta_A = \frac{W}{Q_2} \quad \text{cioè} \quad \frac{\text{Lavoro prodotto}}{\text{Quantità di calore assorbita}}$$

Noi conosciamo $\eta_A = 0,37$; $W = 125\ J$

quindi è facile calcolare Q_2

$$\eta_A \cdot Q_2 = W \; ; \; Q_2 = \frac{W}{\eta_A} = \frac{125\ J}{0,37}$$

$$Q_2 = 337,8\ J$$

Esercizio

Una locomotiva a vapore dell'Ottocento aveva un rendimento dell'8%. Per ottenere un lavoro pari a 400 KJ quanto calore si doveva assorbire dalla caldaia?

Sol.

Sappiamo che una delle formule del rendimento è

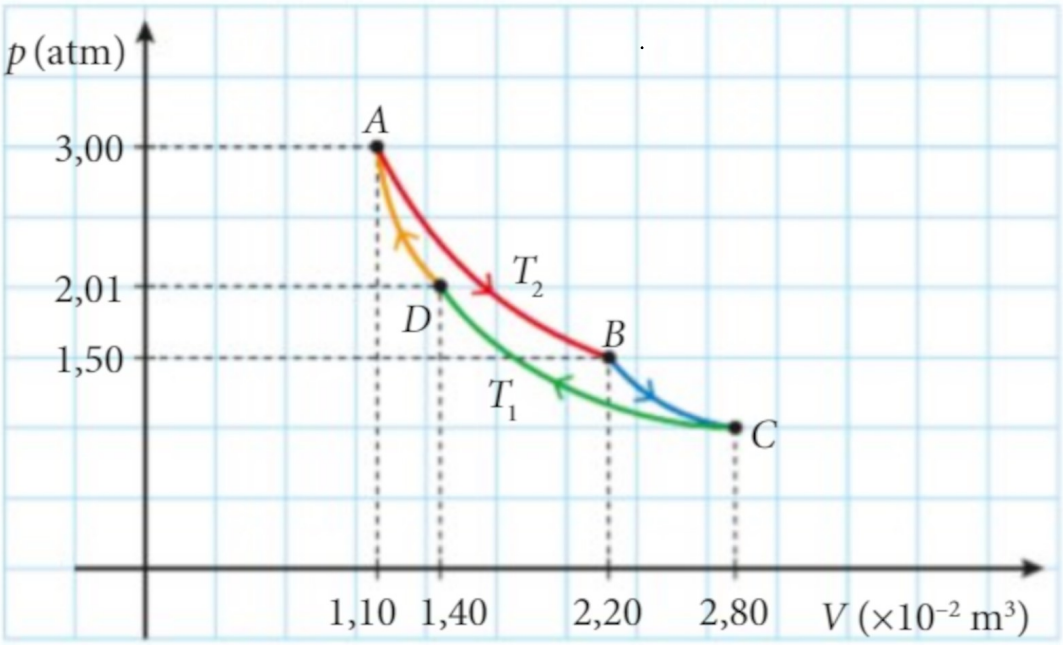
$$\eta = \frac{W}{Q_2}$$

$$\text{Rendimento} = \frac{\text{Lavoro prodotto}}{\text{Calore assorbito}}$$

Calcoliamo Q_2 ; $Q_2 \cdot \eta = W$;

$$Q_2 = \frac{W}{\eta} = \frac{400\,000}{0,08} = 5\,000\,000 = 5 \cdot 10^6 \text{ J}$$

43 **LEGGI IL GRAFICO** Considera una mole di un gas perfetto che esegue un ciclo di Carnot, come nella figura, tra le temperature $T_2 = 400$ K e $T_1 = 340$ K.



- Calcola il calore assorbito in un ciclo.
- Calcola il lavoro eseguito in un ciclo.
- Determina il rendimento del ciclo in due modi diversi e verifica che si ottiene lo stesso risultato.

[2,31 kJ; 0,35 kJ; 0,150]

Studiamo il tratto A-B . Dove abbiamo ina trasformazione isotermica. Sappiamo che per le trasformazioni isotermiche vale la relazione :
Con Q2 calore ceduto dalla sorgente calda alla macchina termica M.

$$Q_2 = n \cdot R \cdot T_2 \cdot Ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) =$$

$$= 1 \cdot 8{,}3145 \cdot 400 \cdot Ln\left(\frac{2{,}2 \cdot 10^{-2}}{1{,}1 \cdot 10^{-2}}\right) = 3325{,}8 \cdot Ln(2) =$$

$$\simeq 3325{,}8 \cdot 0{,}69 \simeq 2305\ J = 2{,}305\ KJ \cong 2{,}3\ KJ$$

Inoltre sappiamo che indipendentemente dalla trasformazione termodinamica, il lavoro termodinamico è sempre dato dalla :

$$W = Q_2 - |Q_1| \quad \text{dove}$$

W è il lavoro fornito dalla macchina termica M , Q2 è il calore acquisito dalla macchina termica M dalla sorgente calda che ha temperatura T2 , e Q1 è il calore ceduto dalla macchina termica M alla sorgente fredda che ha temperatira T1.

Nel tratto B-C abbiamo una trasformazione adiabatica, quindi senza scambio di calore.

Studiamo il tratto C-D dove abbiamo una trasformazione isotermica di compressione , per cui analogamente possiamo scrivere

$$Q_1 = n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) = 1 \cdot 8{,}3145 \cdot 340 \cdot \ln\left(\frac{1{,}4}{2{,}8}\right) =$$

$$= -1959{,}48\ J \cong 1{,}9\ KJ$$

A questo punto possiamo facilmente calcolarci il lavoro termodinamico della macchina M

$$W = Q - |Q_1| = 2305 - 1959{,}4\ J = 346\ J =$$

$$= 0{,}346\ KJ \cong 0{,}35\ KJ.$$

Visto che si tratta di un ciclo di Carnot, sappiamo che il rendimento è esprimibile tramite le temperature T2 e T1. Ricordiamo che ciò vale solo ed esclusivamente per il ciclo teorico di Carnot

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{340}{400} = 0{,}15 = 15\%$$

$$\sim$$

Ma pur essendo un ciclo di Carnot, possiamo sempre applicare la formula generale del rendimento di una macchina termica

$$\eta = \frac{W}{Q_2} = \frac{Q_2 - |Q_1|}{Q_2} = \frac{2305 - 1959{,}5}{2305} =$$

$$= 0{,}15 = 15\% .$$