

www.francescozumbo.it

Lezioni e appunti di Matematica e Fisica

Prof. Francesco Zumbo

email: zumbo2008@yahoo.it

Esercizi vari sugli urti.

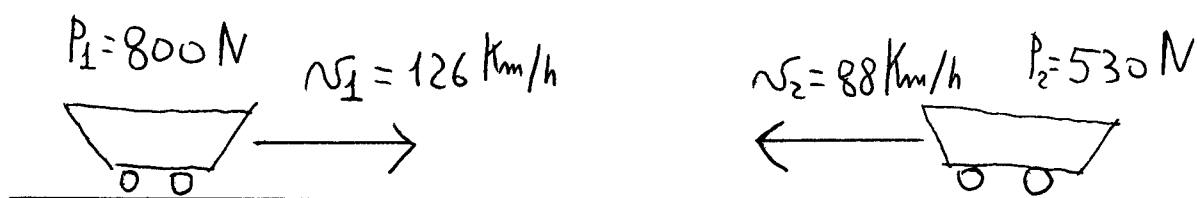
①

Enzainio (Urti Elastici)

Due carrelli si muovono l'uno ~~verso~~ verso l'altro.

Il primo carrello pesa 800 N e si muove con una velocità di 126 Km/h , il secondo pesa 530 N e si muove con una velocità di 88 Km/h .

Ad un certo istante urtano tra loro, calcolare le velocità finali dei due carrelli dopo l'urto.



Soluzione

Visto che la velocità è un vettore se chiamiamo (+) il verso di v_1 , dobbiamo chiamare (-) il verso di v_2 .

②

Per ipotesi l'urto è elastico cioè valgono contemporaneamente

- 1) il principio di conservazione della quantità di moto
- 2) il principio di conservazione dell'energia cinetica.

Chiamiamo

- v_1 e v_2 le velocità dei correlli prima dell'urto.

- V_1 e V_2 le velocità dei correlli dopo l'urto

- m_1 e m_2 le masse dei correlli

Convertiamo le velocità in m/sec

$$v_1 = \frac{126}{3,6} = 35 \text{ m/sec}$$

$$v_2 = \frac{88}{3,6} = 24,44 \text{ m/sec}$$

③

Da due corvelli noi conosciamo i pesi, per cui sapendo che $g = 9,81 \text{ m/sec}^2$ possiamo calcolare le loro masse

$$m_1 = \frac{P_1}{g} = \frac{800}{9,81} = 81,55 \text{ Kg}$$

$$m_2 = \frac{P_2}{g} = \frac{530}{9,81} = 54,03 \text{ Kg}$$

Applichiamo le due equazioni precedenti.

$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 V_1 + m_2 V_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 \end{cases}$$

Adattiamo tali formule generali al nostro caso con $v_1(+)$ e $v_2(-)$ visto che hanno verso opposto le velocità.

$$\begin{cases} m_1 v_1 - m_2 v_2 = m_1 V_1 + m_2 V_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (-v_2)^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 \end{cases}$$

I segni di V_1 e V_2 li metteremo dopo averle calcolate.

④

$$81,55 \cdot 35 - 54,03 \cdot 24,44 = 81,55 \sqrt{V_1} + 54,03 \sqrt{V_2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 81,55 \cdot (35)^2 + \frac{1}{2} \cdot 54,03 \cdot (-24,44)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 81,55 \cdot \sqrt{V_1}^2 + \frac{1}{2} \cdot 54,03 \cdot \sqrt{V_2}^2$$

$$2854,25 - 1320,49 = 81,55 \sqrt{V_1} + 54,03 \sqrt{V_2}$$

$$49949,37 + 16136,43 = 40,78 \sqrt{V_1}^2 + 27,01 \sqrt{V_2}^2$$

$$1533,76 = 81,55 \sqrt{V_1} + 54,03 \sqrt{V_2}$$

$$66085,8 = 40,78 \sqrt{V_1}^2 + 27,01 \sqrt{V_2}^2$$

$$1533,76 - 54,03 \sqrt{V_2} = 81,55 \sqrt{V_1}$$

~

$$\sqrt{V_1} = \frac{1533,76 - 54,03 \sqrt{V_2}}{81,55}$$

~

⑤

$$V_1 = 18,81 - 0,6625V_2$$

$$66085,8 = 40,78(18,81 - 0,6625V_2)^2 + 27,01V_2^2$$

$$66085,8 = 40,78(353,81 + 0,439V_2^2 - 24,9232V_2) + 27,01V_2^2$$

$$66085,8 = 14428,78 + 17,902V_2^2 - 1016,37V_2 + 27,01V_2^2$$

$$66085,8 - 14428,78 = 44,912V_2^2 - 1016,37V_2$$

$$51,657,02 - 44,912V_2^2 + 1016,37V_2 = 0$$

(6)

$$\left| \begin{array}{c} \sim \\ -44,912V_2^2 + 1016,37V_2 + 51657,02 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{c} \sim \\ 44,912V_2^2 - 1016,37V_2 - 51657,02 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{c} \sim \\ V_2^2 - 22,63V_2 - 1150,18 = 0 \end{array} \right.$$

$$V_2 = \frac{22,63 \pm \sqrt{(22,63)^2 - 4(1)(-1150,18)}}{2}$$

$$V_2 = \frac{22,63 \pm \sqrt{5112,84}}{2}$$

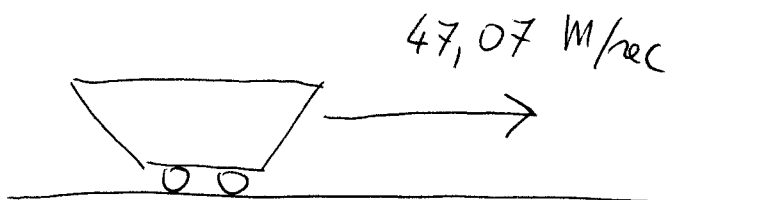
$$V_2 = \frac{22,63 \pm 71,504}{2} =$$

$$(V_2)_1 = \frac{22,63 + 71,504}{2} = 47,07$$

$$(V_2)_2 = \frac{22,63 - 71,504}{2} = -24,437$$

⑦

Abbiamo ottenuto 2 soluzioni: $(V_2)_1 = 47,07 \text{ m/sec}$ e $(V_2)_2 = -24,44 \text{ m/sec}$ visto che si tratta di un sistema di 2° grado ma la soluzione $(V_2)_2$ è da scartare poiché è la condizione iniziale prima dell'urto. Per cui possiamo dire che dopo l'urto la velocità del carrello 2 è $V_2 = 47,07$ ed essendo positiva il suo verso è



(8)

Calcoliamo la velocità V_1 dalla

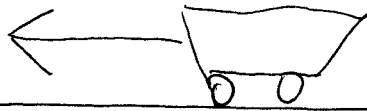
$$V_1 = 18,81 - 0,6625 V_2$$

$$V_1 = 18,81 - 0,6625 \cdot (47,07)$$

$$V_1 = 18,81 - 31,18 = -12,37$$

$V_1 = -12,37 \text{ m/sec}$ ed essendo negativa il
mo verso è

$$V_1 = -12,37 \text{ m/sec}$$



ESERCIZIO

Ucto Anelastico

⑨

Un balbrino di massa 80 kg procede alla velocità di 7 m/sec su una linea retta, una balbrina di 55 kg gli va incontro sulla stessa retta con una velocità di 3 m/sec . Appena si incontrano, (si urtano) il balbrino la prende in braccio. Calcolare le loro velocità dopo l'urto.

Soluzione

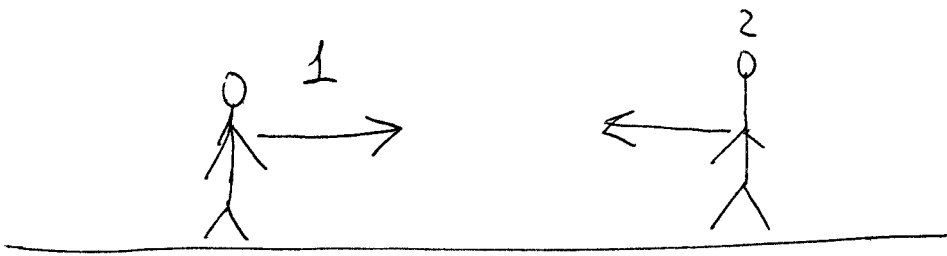
$$m_1 = 80 \text{ kg}, v_1 = 7 \text{ m/sec}, m_2 = 55 \text{ kg}, v_2 = 3 \text{ m/sec}$$

$$V = ?$$

Essendo l'urto anelastico vale soltanto il principio di conservazione della quantità di moto.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 V + m_2 V \quad (1)$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = V (m_1 + m_2) \quad (2)$$



Visto da la velocità è un vettore additivo lo (2)
 al nostro caso prendendo come verso $v_1(+)$ e $v_2(-)$

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = V(m_1 + m_2)$$

Il verso di V è dato dal suo valore assoluto

$$V = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$V = \frac{80 \cdot 7 - 55 \cdot 3}{80 + 55} = \frac{560 - 165}{135} =$$

$$= \frac{395}{135} = 2,93 \text{ m/sec}$$

